Erhöhung der räumlichen Auflösung von NMR–Keyhole–Effektbildern durch Regularisierungsverfahren

T. Roths[1], C. Oesterle[2], D. Maier[1], J. Honerkamp[1], J. Hennig[2]

[1] Freiburger Materialforschungszentrum
Stefan-Meier-Strasse 21, D–79104 Freiburg i. Br.
roths@fmf.uni-freiburg.de

[2] Radiologische Klinik der Universität Freiburg
Hugstetterstrasse 55, D–79106 Freiburg i. Br.

Um die Messung schneller Bildserien zu ermöglichen, muß man die Aufnahmezeit einzelner MR–Bilder verkürzen. Dazu wurde in der Kernspintomographie das Keyhole Imaging eingeführt. Dies war bislang jedoch mit einem Verlust an Bildauflösung bei den Effektbildern der Bildserie verbunden. Der vorgestellte neue Algorithmus basiert auf einem Regularisierungsverfahren, das in den Rahmen Bayesscher Schätzer einzuordnen ist. Durch ihn kann die Bildauflösung der Effektbilder verbessert und somit der Einsatz der schnellen Keyhole–Akquisition u.a. im Bereich der funktionellen Bildgebung ermöglicht werden.

Keywords: Keyhole–Imaging, Regularisierung, Bayesscher Schätzer

1 Einleitung

Da die Betrachtung zeitabhängiger Prozesse Hinweise auf physiologische Zusammenhänge bietet, gewinnen in der Kernspintomographie zunehmend Anwendungen an Bedeutung, bei denen Vorgänge im Körper mit einer Serie von Bildern verfolgt werden.

Ziel der funktionellen Bildgebung (fMRI) ist es, zu einem Verständnis der Funktionsweise des Gehirns zu gelangen. Dazu wird die Aktivierung von Gehirnarealen bei verschiedenen Stimulationsparadigmen beobachtet, indem alternierend sogenannte Schichtbilder eines Gehirnschnitts im Ruhezustand und unter Stimulation aufgenommen werden. Für die Auswertung solcher funktioneller Bildserien werden Differenzbilder erzeugt, da diese die Änderung des Aktivierungsgrades zwischen zwei Bildern der Serie darstellen.

Um Aktivierungen mit einer hohen zeitlichen Auflösung detektieren zu können, ist eine Verkürzung der Meßzeit einzelner Bilder wünschenswert. Dies kann durch Verringerung der gemessenen Datenmenge erreicht werden, was jedoch mit einer Verschlechterung der Bildauflösung verbunden ist.

Das in der Perfusionsmessung etablierte Keyhole–Imaging verwendet ein vollaufgelöstes Referenzbild, um die Auflösung der folgenden schnellen Updates einer Bildserie zu erhöhen. Die Differenzbilder, denen das eigentliche Interesse gilt, bleiben jedoch unscharf.

Die hier vorgestellte Methode beruht auf einer Regularisierung. Dabei handelt es sich um ein allgemeines Verfahren zur Lösung inverser Probleme, die wie das Keyhole–Problem im mathematischen Sinne schlecht gestellt sind. Durch die Verwendung von Vorwissen verbessert dieses neue Verfahren die Auflösung der Updates und auch der Differenzbilder, was den Einsatz des Keyhole–Verfahrens in der funktionellen Bildgebung ermöglicht, um Aktivierungen mit einer erhöhten zeitlichen Auflösung zu untersuchen.

2 Problemstellung

In der Kernspintomographie wird die 2–dimensionale Fouriertransformierte des Schichtbildes gemessen. Das Bild wird durch eine inverse Fouriertransformation berechnet. Bei ausreichender Auflösung der Meßdaten kann dies beispielsweise mit dem schnellen Algorithmus der Fast–Fourier–Transformation (FFT) geschehen.

Die Aufnahme dieser Daten im Fourier– bzw. k–Raum erfolgt im Normalfall zeilenweise. Damit ist die Anzahl der Zeilen der zeitbestimmende Faktor der Messung. Eine kürzere Meßzeit pro Bild läßt sich nur über eine Reduktion der Zeilenzahl erreichen.

Beim *Keyhole–Imaging* [1] wird deshalb nur das erste (Referenz-)Bild einer Serie von Bildern vollaufgelöst mit einer $N \times N$–Datenmatrix akquiriert, wobei $N = 128$ normalerweise ausreichend ist. Bei den folgenden Update–Bildern derselben Schicht werden nach der Keyhole–Akquisition dagegen nur die mittleren M (z.B. $M = 32$) Zeilen aufgenommen. Die Akquisitionszeit reduziert sich dadurch um den Faktor $f = M/N$.

Allerdings schlägt sich diese Einschränkung bei der Rekonstruktion auf der Bildseite nieder: Mit den hochfrequenten Fourierkomponenten im äußeren k–Raum fehlt auch die Information über die Schärfe des Bildes. Die Auflösung der Updates ist in Richtung der Spalten (Phasenkodierrichtung) entsprechend der Zeilenzahl reduziert (Abb. 1 b), was ein Vergleich mit dem vollaufgelösten Bild (Abb. 1 a) deutlich macht. Um die Auflösung zu verbessern, muß die fehlende Bildinformation geeignet ersetzt werden.

2.1 Das Standardverfahren

Da sich die Keyhole–Updates bis auf einen eventuellen Effekt nicht wesentlich vom Referenzbild unterscheiden, werden auch deren Meßdaten nicht allzu sehr variieren.

Bei der Standard–Keyhole–Rekonstruktion werden deshalb die bei den schnellen Updates fehlenden äußeren Daten durch die entsprechenden des vollaufgelösten Referenzbildes ersetzt. Der sich ergebende volle $N \times N$–Datensatz wird anschließend invertiert (beispielsweise mit der FFT). Durch diese Extrapolation wird die Feinstruktur des Referenzbildes in die Bild–Updates übernommen. Deren Auflösung wird erhöht und ist von der des Referenzbildes nicht mehr zu unterscheiden (Abb. 1 c).

Die Differenzbilder, die die Änderung und damit den Effekt zwischen zwei Bildern darstellen, besitzen jedoch nach wie vor eine geringe Auflösung gemäß der reduzierten Datenmatrix der Updates. Die scharfen Bildstrukturen beruhen nämlich auf den hohen Frequenzen im äußeren k–Raum. Bei der Standard–Keyhole–Rekonstruktion sind diese Daten bei allen Bildern identisch, sodaß die gewonnene Schärfe mit der Subtraktion gerade wieder entfällt.

Für diffuse, verschwommene Aktivierungen, die im Laufe der Bildsequenz zu einer Signaländerung im inneren k–Raum führen, bedeutet dies zwar keine Einschränkung, aber zur Detektion scharfer Effekte ist das Standardverfahren ungeeignet.

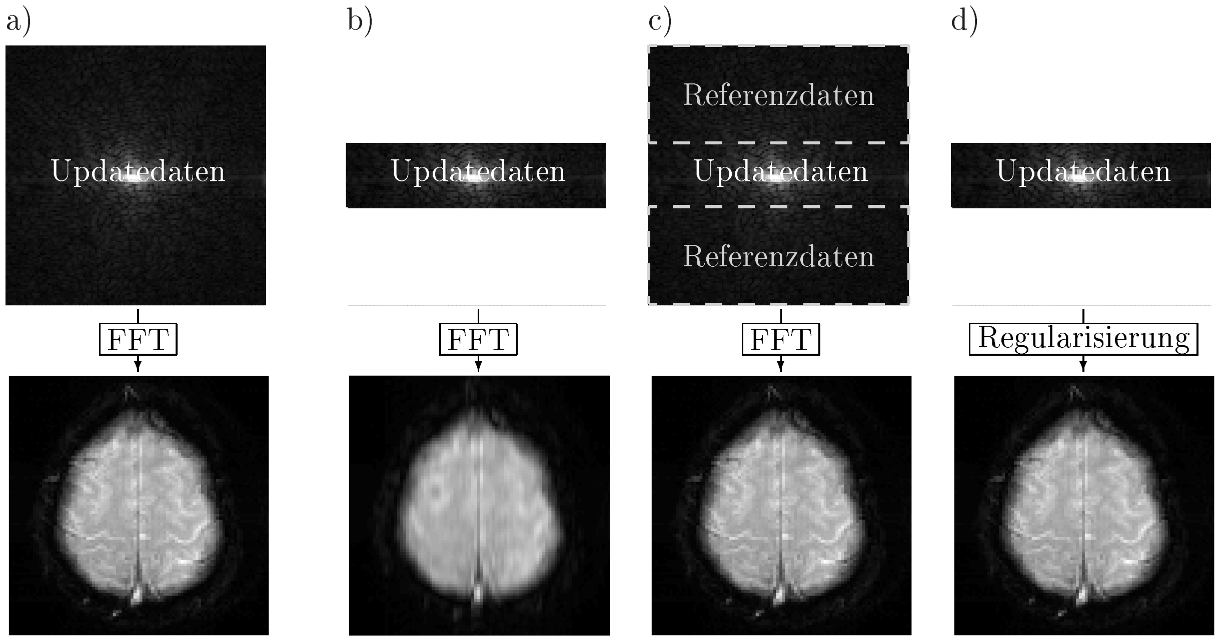

Abbildung 1: (a) vollaufgelöstes Update, (b) niederaufgelöstes Update, (c) Standard–Keyhole–Rekonstruktion und (d) mit Regularisierung rekonstruiertes Update–Bild

2.2 Das neue Verfahren

Da die Daten in Richtung der Zeilen mit $N=128$ ausreichend vorliegen, wird die eindimensionale Fouriertransformation in dieser Richtung zunächst mit einer FFT invertiert. Für jede Spalte ist anschließend das folgende inverse Problem zu lösen:

$$g_k^\sigma \;=\; \frac{1}{\sqrt{L}} \int_0^L e^{-i\frac{2\pi}{L}xk} f(x)dx + \varepsilon_k \;=\; \Phi(f)_k + \varepsilon_k \qquad k \in \{-M/2, \ldots, M/2-1\}\,. \tag{1}$$

Dabei bedeutet Φ die Fouriertransformation und L die Länge des abgebildeten Bildbereichs, der in der MR–Bildgebung *field of view* genannt wird [2]. Die Meßfehler ε_k können in guter Näherung als Realisierung identisch gaußverteilter, unabhängiger Zufallsvariablen $\mathcal{E}_k$ mit Erwartungswert $\langle \mathcal{E}_k \rangle = 0$ und Varianz $\sigma_k^2 = \sigma^2$ betrachtet werden [2].

Beim Keyhole–Problem ist der funktionale Zusammenhang (1) aufgrund der reduzierten Zeilenzahl (Abb. 1 d) nicht eindeutig lösbar, d.h. nicht injektiv. Damit handelt es sich um ein im mathematischen Sinne schlecht gestelltes inverses Problem. Ein solches ist dadurch gekennzeichnet, daß die in den Daten enthaltene Information allein für eine sinnvolle Invertierung nicht ausreichend ist. Diese Information muß für eine befriedigende Lösung geeignet ersetzt werden, z.B. durch ein zusätzliches Vorwissen über die zu rekonstruierende Funktion.

Zur Invertierung schlecht gestellter Probleme haben sich Regularisierungsverfahren als leistungsfähig erwiesen. Die regularisierte Lösung f_{reg} erhält man im allgemeinen durch Minimierung einer Kostenfunktion der Form

$$V_\lambda(f) \;=\; D(g|f) + \lambda \cdot R(f) \qquad \text{mit} \qquad D(g|f) \;=\; \sum_{k=-M/2}^{M/2-1} \left(\frac{g_k - \Phi(f)_k}{\sigma} \right)^2 . \tag{2}$$

Diese setzt sich zusammen aus dem *Diskrepanzterm* D, der die Datenverträglichkeit mißt und dem *Regularisator* oder *Strafterm* R, der ein Maß für die Übereinstimmung mit dem Vorwissen darstellt. Je kleiner $D(f)$ bzw. $R(f)$, desto besser paßt die Funktion f die Meßdaten an bzw. entspricht der a–priori–Information.

Der sogenannte Regularisierungsparameter λ bedeutet eine Gewichtung zwischen beiden Kriterien. Je größer man λ wählt, desto mehr wird die regularisierte Lösung an die a–priori–Information angepaßt.

Unter der Annahme, daß die Meßfehler unabhängig gaußverteilt sind, ist $D(g|f)$ gerade die Energiefunktion der bedingten Wahrscheinlichkeit, bei tatsächlichem Bild f die Daten g zu messen, d.h.

$$p(g|f) \;\sim\; e^{-D(g|f)} .$$

Damit läßt sich auch $\lambda R(f)$ als Energiefunktion der a–priori–Wahrscheinlichkeit

$$p(f) \;\sim\; e^{-\lambda R(f)}$$

in Gibbsscher Form interpretieren, die die Wahrscheinlichkeit für f ohne Kenntnis der Meßdaten g, also *vor* der Messung, angibt. Durch diese wird gerade das a–priori–Wissen modelliert. Mit dem *Satz von Bayes* $p(f|g) \sim p(g|f) \cdot p(f)$ folgt damit

$$f_{reg} \;=\; \arg\max_f \, p(f|g) \;=\; \arg\min_f \, \{D(g|f) + \lambda \cdot R(f)\} \,, \tag{3}$$

d.h. obige Regularisierung entspricht gerade dem *Bayesschen Maximum–A–Posteriori–Schätzer* (MAP–Schätzer), der die a–posteriori–Verteilung $p(f|g)$ maximiert [3]. Diese gibt die Wahrscheinlichkeit für f *nach* Kenntnis der Daten an.

Die Güte der Rekonstruktion hängt entscheidend von der richtigen Wahl des Regularisierungsparameters λ und des Regularisierungsterms R ab.

Als bestes Kriterium für die Anpassung von λ simultan zur Minimierung von (1) hat sich die *SC–Methode (Self Consistent)* erwiesen [4]. Für das Keyhole–Problem ist jedoch auch das weniger rechenintensive *Diskrepanzprinzip*

$$D(g|f) \;\stackrel{!}{=}\; M \tag{4}$$

als Nebenbedingung akzeptabel. Dieses Kriterium berücksichtigt, daß die mittlere quadratische Abweichung der gemessenen Daten vom wahren Wert $\Phi(f)_k$ in jedem Punkt $k \in \{M/2, \ldots, M/2-1\}$ gerade gleich der Varianz σ^2 ist.

Bei der herkömmlichen Tikhonov–Regularisierung [5] wird ein Regularisator der Form

$$R(f) \;=\; \int_0^L (f(x))^2 \, dx \qquad \text{oder} \qquad R(f) \;=\; \int_0^L \left(f^{(n)}(x)\right)^2 \, dx \tag{5}$$

verwandt. Das linke Funktional bevorzugt beschränkte, das rechte glatte (im Sinne der n–ten Ableitung) Funktionen, was bei einer großen Anzahl von inversen Problemen, bei deren Invertierung glatte Kurven zu erwarten sind, zu sehr guten Resultaten führt.

Beim Keyhole–Problem wird dagegen als Vorwissen verwandt, daß ein Auftreten von Strukturen im Differenzbild ohne eine Entsprechung im Referenzbild unwahrscheinlich ist.

Die Modellierung dieser Kenntnis geschieht durch den inhomogenen Strafterm

$$R(f) \;=\; \int\limits_0^L \frac{\left(\frac{d}{dx}(f(x)-f_0(x))\right)^2}{\left(\frac{d}{dx}f_0(x)\right)^2}\,dx\,. \tag{6}$$

In den Bildpunkten, an denen sich Kanten des Referenzbildes f_0, charakterisiert durch einen hohen Gradienten $\frac{d}{dx}f_0$, befinden, ist das Auftreten einer entsprechenden Kante im Differenzbild (hohe Ableitung $\frac{d}{dx}(f(x)-f_0(x))$) wahrscheinlich, während eine glatte Struktur ($f_0'(x)$ klein) eher zu einem glatten Effekt ($f'(x)-f_0'(x)$ klein) führt.

3 Ergebnisse

Das neue Regularisierungsverfahren wurde an funktionellen MR–Daten, die an der radiologischen Klinik der Universität Freiburg gemessen wurden, entwickelt und getestet.

Die hier untersuchte funktionelle Bildserie besteht aus 16 vollaufgelösten Rohdatenmatrizen. Keyhole–Akquisition (ein 128×128 Referenzdatensatz, 15 32×128 Updatedatenmatrizen) wird dadurch simuliert, daß bei den Updates die äußeren Zeilen abgeschnitten werden. Zum Vergleich der regularisierten mit der Standard–Keyhole–Rekonstruktion und dem tatsächlichen Resultat aus den 16 vollaufgelösten Bildern werden Effektbilder berechnet. Dazu wird jeweils die Summe aller unstimulierten von der Summe aller stimulierten Bilder subtrahiert.

In Abbildung 2 sind die Ergebnisse bei einer motorischen Stimulation dargestellt (Aufnahme mit FLASH–Sequenz, TR 100ms, TE 20ms, α 25^0, Scheibendicke 8mm, Bandbreite 19Hz/pixel auf einem 1.5T Siemens MAGNETOM Vision).

Beim regularisierten Ergebnis (Abb. 2 d) ist die Bildauflösung in Phasenkodierrichtung gegenüber dem Standardverfahren (Abb. 2 c) deutlich erhöht. Der Vergleich mit dem vollaufgelösten Effektbild (Abb. 2 b) deutet die Zuverlässigkeit des neuen Verfahrens an. Abb. 2 a zeigt das vollaufgelöste Referenzbild.

4 Diskussion

Das vorgestellte Regularisierungsverfahren ist in der Lage, die Bildauflösung schneller Keyhole–Bildserien zu verbessern. Damit ermöglicht es den Einsatz des Keyhole–Imagings auch in der funktionellen Bildgebung, wodurch es die Untersuchung von Aktivierungen mit einer höheren zeitlichen Auflösung erlaubt.

Der Algorithmus wurde bisher auf funktionelle Daten angewandt, ist aber sicher auch in anderen Bereichen der MR–Bildgebung, bei denen schnelle Änderungen detektiert werden, einsetzbar. Hierbei ist z.B. an die Perfusions– und Diffusions–Messung zu denken.

Für diese Gebiete ist zu überlegen, inwiefern das benutzte Vorwissen bzw. dessen Umsetzung als Regularisierungsterm zu modifizieren ist. Aufgrund der Flexibilität des Verfahrens sollte dies jedoch nicht allzu problematisch sein.

Allerdings ist das vorgestellte Verfahren noch sehr rechenintensiv und daher nur bedingt in der Praxis einsetzbar. Dieses Problem ist aber Gegenstand aktueller Forschung.

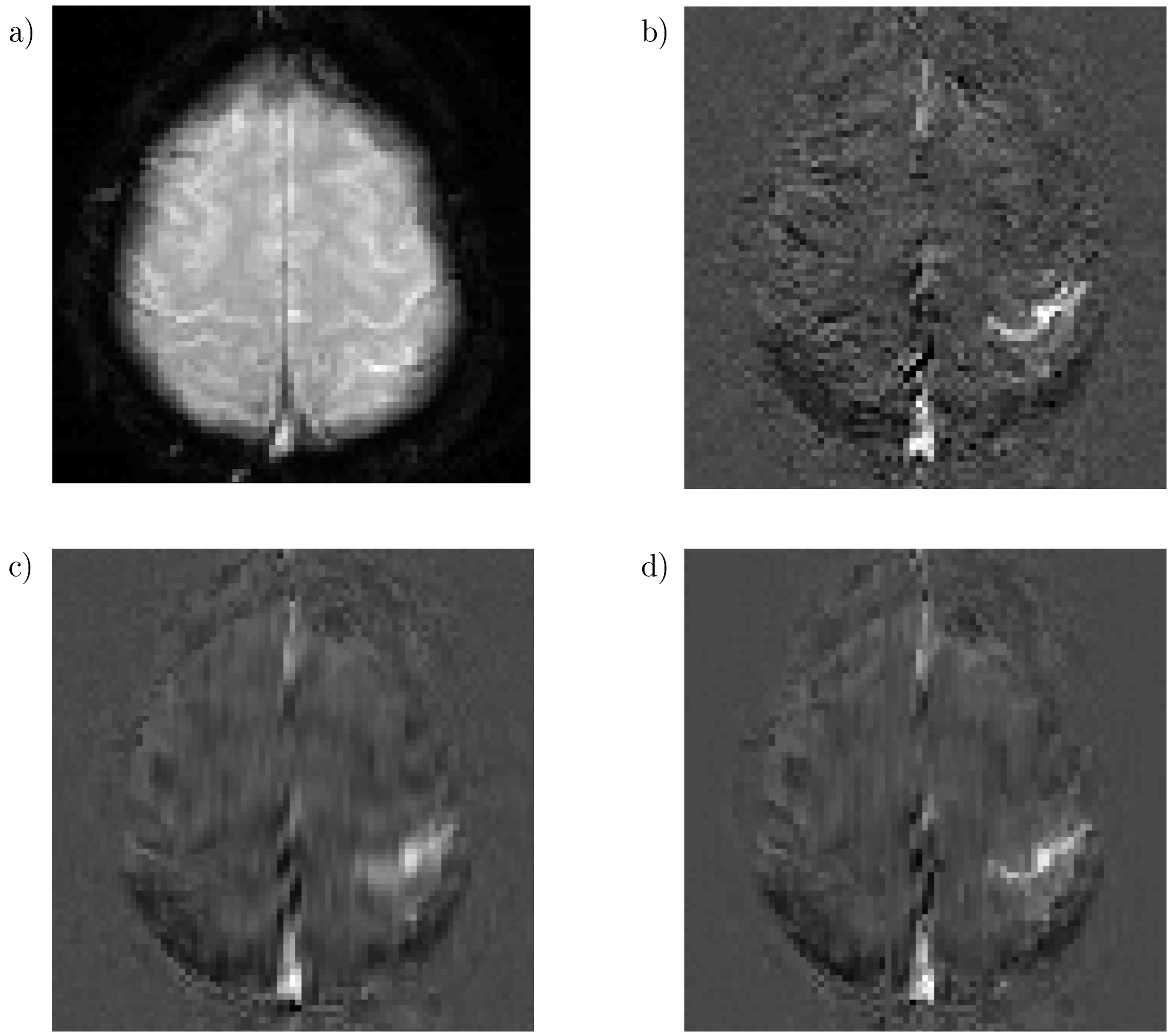

Abbildung 2: (a) vollaufgelöstes Referenzbild, (b) vollaufgelöstes Originaleffektbild, (c) mit dem Standardverfahren berechnetes Effektbild, (d) regularisiertes Effektbild

Literatur

[1] Van Vaals J.J., Brummer M.E., Dixon W.T. et al.: Keyhole Method for Accelerating Imaging of Contrast Agent Uptake. J. Magn. Res. Imaging 3: 671-675, 1993.

[2] Liang Z.-P., Boada F.E., Constable R.T. et al.: Constraint Reconstruction Methods in MR Imaging. Rev. Magn. Reson. Med. 4: 67-185, 1992

[3] Li S.Z.: Markov Random Field Modeling in Computer Vision. Springer Verlag, Tokyo, 1995.

[4] Honerkamp J., Weese J.: Tikhonovs regularization method for ill-posed Problems. Continuum Mech. Thermodyn. 2: 17-30, 1990.

[5] Groetsch C.W.: The theory of Tikhonov regularization for Fredholm equations of the first kind. Pitman, Boston, 1984.