Erstellung detaillierter Finite Elemente Modelle des menschlichen Körpers

Marcus Müller, Thilo Franz und Karsten Meyer-Waarden

Institut für Biomedizinische Technik,
Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe
Email: mm@ibt.etec.uni-karlsruhe.de

Zusammenfassung Wir präsentieren einen Algorithmus zur Erstellung von Finite Elemente Modellen des menschlichen Körpers. Ein von uns entwickelter Netzgenerator zerlegt ein durch Voxeldaten vorgegebenes Volumen in ein unstrukturiertes Tetraedergitter, welches das *Delaunay Kriterium* erfüllt. Sind die Ausgangsdaten gewebeklassifiziert, so erfolgt die Modellerzeugung basierend auf einem Teile und Herrsche Algorithmus automatisch, bei unklassifizierten Voxeldaten können unterstützend Grenzflächen mit *Aktiven Konturen* oder *Marching Cubes* erzeugt werden.

Schlüsselwörter: Finite Elemente, automatische Netzgenerierung

1 Einleitung

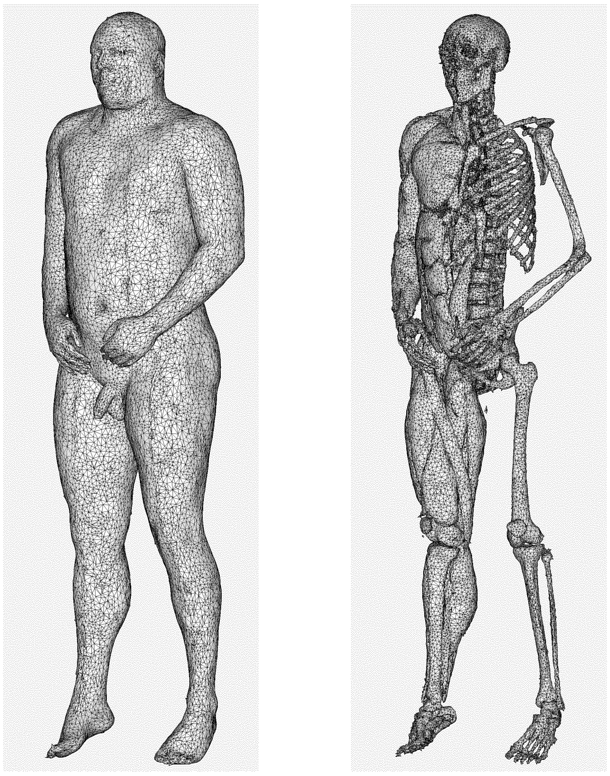
Körpereigene Stromquellen, wie aktive Nervenzellen der Hirnrinde oder Muskelzellen des Herzens, verursachen ebenso wie externe Quellen bei der Defibrillation oder der Elektrostimulation die Ausbildung elektrischer und magnetischer Felder. Die numerische Feldberechnung in detaillierten Modellen des menschlichen Körpers ermöglicht Aussagen über die resultierende Verteilung von Potentialen und von Strom-, Energie- oder Leistungsdichten. Damit eröffnet sie Möglichkeiten der Erforschung oder der Optimierung verschiedener Anwendungsbereiche.

Stationäre Strömungsfelder werden durch das folgende Randwertproblem beschrieben:

$$\begin{aligned} \nabla\left(\hat{\kappa}(\mathbf{x})\nabla\varphi(\mathbf{x})\right) &= 0 \\ \varphi(\mathbf{x}) &= f_D(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}\in\Gamma_D \\ \nabla_{\mathbf{n}}\,\varphi(\mathbf{x}) &= \mathbf{f}_N(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}\in\Gamma_N \end{aligned} \tag{1}$$

$\varphi(\mathbf{x})$ ist die gesuchte Potentialverteilung wie sie sich bei gegebenen Randbedinungen $f_D, \mathbf{f}_N$ in einem inhomogenen und u.U. anisotropen Volumenleiter mit der Leitfähigkeitsverteilung $\hat{\kappa}(\mathbf{x})$ einstellt. Die Finite Elemente Methode (FEM) eignet sich aufgrund ihrer Fexibilität bei der mathematischen Formulierung und der geometrischen Diskretisierung für dieses Problem besonders [1]. Die Lösung $\varphi(\mathbf{x})$ wird innerhalb jedes einzelnen Elements durch ein Polynom niederen Grades approximiert, welches in der Darstellung der *Formfunktionen*

Abbildung1. Darstellung eines aus gewebeklassifizierten Voxeldaten automatisch erzeugten Ganzkörpermodells. Es besteht aus etwa $1,3 \cdot 10^6$ Tetraederelementen variabler Form und Größe und unterscheidet mehr als 30 Gewebearten.



$f_i(\mathbf{x})$ von n *Elementfreiheitsgraden* $\varphi_i^{\triangle}$, z.B. den Potentialwerten an den Elementecken, abhängt:

$$\varphi^{\triangle}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i^{\triangle} f_i(\mathbf{x}) \tag{2}$$

Durch Anknüpfbedingungen zwischen benachbarten Elementen wird ein stetiger Potentialverlauf im gesamten Modell sichergestellt, der dann von den N Freiheitsgraden φ_i des gesamten Systems abhängt. Die Forulierung der Bedingungsgleichungen führt auf ein lineares Gleichungssystem:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{3}$$

Bei entsprechender Sortierung der Freiheitsgrade ist $\mathbf{A}$ eine schwach besetzte, symmetrische Bandmatrix der Dimension N. Zur Lösung wird das iterative *Konjugierte Gradienten Verfahren* eingesetzt, dessen Konvergenz durch eine Vorkonditionierung der Matrix $\mathbf{A}$ mit Hilfe einer *unvollständigen Cholesky Zerlegung* wesentlich beschleunigt wird (ICCG).

2 Geometrische Modellerstellung

Eine detaillierte geometrische Modellierung des menschlichen Körpers beinhaltet die Abbildung komplexer Gewebestrukturen und -grenzflächen. Um hierbei die Anzahl benötigter Elemente zu minimieren, werden Tetraeder variabler Form und Größe verwendet. Der von uns entwickelte Netzgenerator zerlegt ein vorgegebenes Objektvolumen in ein Startgitter aus Tetraedern und ermittelt deren Güte. Dieses Tetraedernetz erfüllt das *Delaunay Kriterium* und stellt somit die gleichwinkligste Vernetzung der Stützstellen sicher [2]. Die am schlechtesten bewerteten Elemente werden durch das Einbringen weiterer Knotenpunkte an geeigneten Positionen sukzessive entfernt. Die im verfeinerten Gitter erzeugten Elemente werden neu bewertet.

Grundlage für die Bewertung bilden entweder gewebeklassifizierte Volumendaten, zum Beispiel der *MEET Man* [3] Datensatz oder unklassifizierte Aufnahmen, wie sie verschiedene bildgebende Verfahren der Medizintechnik, z.B. Kernspin- oder Computertomographie, liefern. Die Bewertungs- oder Gütefunktion und die Wahl der Position neuer Knotenpunkte sind folglich die beiden wesentlichen Parameter, welche die Qualität des Modells beeinflussen. Grundsätzlich stehen als lokale Gütekriterien die Form und Größe und das Histogramm der Elemente zur Verfügung.

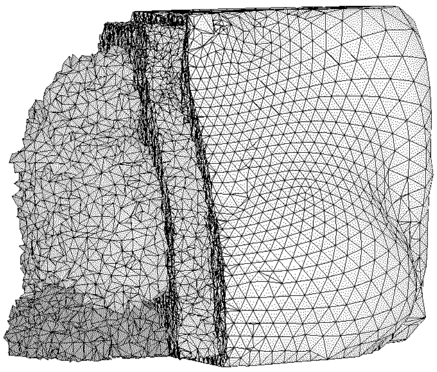
Gewebeklassifizierte Volumendaten Liegt ein gewebeklassifizierter Datensatz zugrunde, so definiert das größte der im Element vorgefundenen Gewebevolumina die dem Tetraeder zugeordnete Gewebeklasse. Das restliche Volumen oder auch Fehlvolumen bestimmt als absolute oder relative Größe die Güte des aktuellen Elements [4].

Unklassifizierte Volumendaten Das für klassifizierte Volumendaten beschriebene Verfahren läßt sich in abgewandelter Form zur Segmentation von unklassifizierten Ausgangsdaten, also zur Zerlegung des Objektvolumens in homogene Teilbereiche, einsetzen. Liegen einmodale Aufnahmen zugrunde, der Intensitätswert wird im folgenden als Grauwert bezeichnet, so wird für jedes zu bewertende Element der Mittelwert und die Varianz der Grauwerte ermittelt. Der Mittelwert definiert die Grauwertklasse des Elements, die Varianz ist ein Maß für dessen Homogenität.

Zusätzlich können Grenzflächen, wie sie beispielsweise mit Hilfe *Aktiver Konturen* [5] oder des *Marching Cubes Algorithmus* [6] erzeugt werden, in das Volumenmodell eingebracht werden. Hierbei wird im Verlauf der Netzgenerierung sichergestellt, daß die einzelnen Oberflächendreiecke ihre Entsprechung in Form von Grenzflächen benachbarter Tetraederelemente im Volumenmodell besitzen. Allerdings werden dabei automatische Modifikationen der Ausgangsoberfläche, wie das *Swappen* (das Vertauschen der Diagonalkante benachbarter Dreiecke), oder das Hinzufügen feinerer Dreiecke zugelassen.

Im Anschluß an die Zerlegung des Objektraums in Tetraeder erfolgt eine Klassifikation der Elemente. Hierzu werden eine einfache Grauwertklassifikation oder ein Regionenwachtumsverfahren auf Tetraederebene eingesetzt.

Abbildung2. Aus Kernspintomographie gewonnenes Torsomodell. Die Torsooberfläche wurde mit Hilfe einer Aktiven Kontur erzeugt. Im Anschluß an eine Zerlegung in Elemente homogener Grauwerte erfolgte eine Gewebeklassifikation mit Hilfe von Schwellwert- und Regionenwachstumsverfahren auf Tetraederebene.



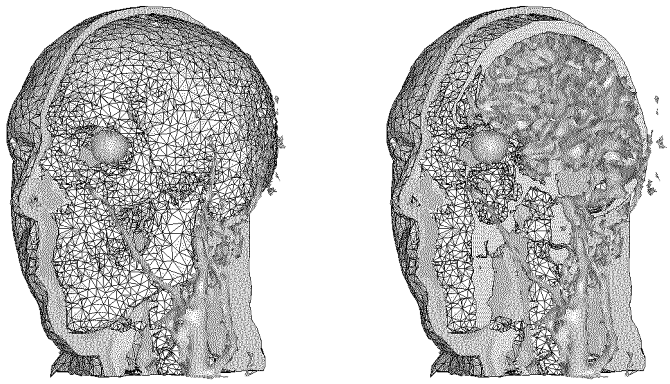
Position neuer Knotenpunkte Neue Knotenpunkte werden innerhalb zu entfernender Tetraeder positioniert. Zur Bestimmung der genauen Lage wird das Gewebehistogramm des zu zerteilenden Elements analysiert. Hierbei werden Grauwerte ermittelt, welche die Modi des mehrmodalen Elementhistogramms voneinander trennen. Entlang vorgegebener Linien (z.B. Verbindung Mittelpunkt des Tetraeders mit Mittelpunkt einer Seitenfläche) wird nach diesen Grauwerten gesucht. Aus der Menge der gefundenen Trennpunkte wird beispielsweise derjenige mit dem größten Abstand zu allen Eckpunkten gewählt.

Aspect Ratio Tetraeder mit extrem großem Kantenlängenverhältnis (*Aspect Ratio*) verschlechtern die Konvergenz und die numerische Stabilität des Verfahrens. Aus dem Verhältnis von Inkugelradius r_i zu Umkugelradius r_u wird der *Sliverwert* $s = 3\ r_i/r_u$ berechnet. Er ist ein Maß für die Gleichwinkligkeit des Tetraeders. Unterschreitet s eines Elements einen kritischen Grenzwert von $s_{min} = 0.001$, so wird dieses im Laufe der Modellerstellung durch Hinzufügen geeigneter Knotenpunkte entfernt.

3 Ergebnisse

Der vorgestellte Netzgenerator ist in der Lage, ausgehend von Voxeldaten, unstrukturierte Tetraedergitter zu erzeugen. Im Fall gewebeklassifizierter Daten geschieht dies automatisch (Abbildung 1 und 3. Im Fall unklassifizierter Daten kann das Verfahren durch die Definition von Grenzflächen unterstützt werden (Abbildung 2). Die Datenstrukturen sind auf Modelle mit mehreren 10^5 Elementen ausgelegt, womit auch komplexe Gewebestrukturen realistisch abgebildet werden können.

Abbildung3. Aus gewebeklassifizierten Voxeldaten automatisch erzeugtes Kopfmodell bestehend aus ca. 350000 Tetraederelementen. Differenziert wurden u.a. Knochen, Muskulatur, Fett, Blut, Liquor, graue- und weiße Hirnsubstanz.



Literatur

1. Brenner S. C., Scott L. R.: The mathematical therory of finite element methods. Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1994.
2. Shenton D. N., Cendes Z. J.: Three-dimensional finite element mesh generation using Delaunay tesselation. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-21, No. 6, pp. 2535-2538, 1985.
3. Sachse F., Müller M., Glas M., Meyer-Waarden K.: Segmentation and tissue-classification of the visible man dataset using the computertomographic scans and the thin-section photos. Proc. First Users Conference of the National Library of Medicine's Visible Human Project, 1996.
4. Müller M., Sachse F., Meyer-Waarden K.: Creation of finite element models of human body based upon tissue-classified voxel representations. Proc. First Users Conference of the National Library of Medicine's Visible Human Project, 1996.
5. Cohen L. D., Cohen I.: Finite-elements methods for active contour models and balloons for 2-D and 3-D images. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Marching Intelligence, Vol. 15, pp. 1131-1147, 1993.
6. Lorensen, W. E. and Cline, H. E.: Marching Cubes: A high resolution 3d surface construction algorithm. Computer Graphics, Vol. 21, No. 3, pp. 163-169, July 1987.