Validierung eines linear elastischen Modells für die Weichgewebesimulation in der Mund-Kiefer-Gesichtschirurgie

E. Gladilin, S. Zachow, P. Deuflhard, H.-C. Hege

Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)
Takustr. 7, D-14195 Berlin, Deutschland
Email: {gladilin,zachow,deuflhard,hege}@zib.de

Zusammenfassung In dieser Arbeit untersuchen wir den Gültigkeitsrahmen eines linear elastischen Modells für die Weichgewebesimulation in der Mund-Kiefer-Gesichtschirurgie. Insbesondere die Quantifizierung und die Überwachung des auf die *geometrische Nichtlinearität* zurückzuführenden Linearisierungsfehlers bei großen Deformationen werden diskutiert.

1 Motivation

Seit mehr als 10 Jahren ist das Thema der Weichgewebemodellierung Gegenstand intensiver Forschung. Wegen der Komplexität des biomechanischen Verhaltens von Weichgewebe ist ein ganzes Spektrum von vereinfachten Modellen entstanden. Besonders in der Mund-Kiefer-Gesichtschirurgie, wo eine realistische Vorhersage des postoperativen Erscheinungsbildes des Patienten von entscheidender Bedeutung ist, gibt es z.Zt. keine Alternative zu einer konsequenten physikalischen Modellierung, d.h. der Lösung der dem Problem zu Grunde liegenden partiellen Differentialgleichungen (PDG). Da die physikalische Modellierung zu komplexen, schwer lösbaren Gleichungssystemen führt, wird das ursprünglich nichtlineare Problem in einer ersten Näherung linearisiert. Speziell in der Biomechanik wird das komplexe visko-elastische Verhalten von Weichgewebe oft als linear elastisch beschrieben. Die in der klinischen Praxis auftretenden Fälle gehen jedoch häufig über die durch Annahme der 'kleinen Deformationen' festgelegten Grenzen der linearen Approximation hinaus. Die Erkennung und die Quantifizierung des Linearisierungsfehlers in jedem patientenspezifischen Fall ist daher von besonderem Interesse.

2 Lineare Elastizität und ihre Grenzen

In der Elastizitätstheorie werden physikalische Körper als elastische Medien beschrieben. Unter der Einwirkung externer Kräfte deformieren sich solche Körper, d.h. sie änderen sowohl ihre Form als auch ihr Volumen. Der Verzerrungszustand im Infinitesimalen wird durch den Verzerrungstensor ε_{ij} beschrieben

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i}\frac{\partial u_l}{\partial x_j}\right), \qquad (1)$$

wobei $u_i = x'_i - x_i$ der Verschiebungsvektor ist, der die Koordinatenänderung eines Punktes nach der Deformation angibt. Die Tatsache, dass der Verzerrungstensor im Allgemeinen eine nichtlineare Funktion der Verschiebungen ist, wird als *geometrische Nichlinearität* bezeichnet. Bei 'kleinen Deformationen', d.h. sowohl kleine Längenänderungen als auch kleine Rotationen, sind die Ableitungen des Verschiebungsvektors wesentlich kleiner als $1 : |\frac{\partial u_i}{\partial x_j}| \sim |\frac{\Delta x_i}{x_j}| \ll 1$. In diesem Fall kann der quadratische Term in (1) vernachlässigt und der Verzerrungstensor linearisiert werden:

$$\varepsilon_{ij} \approx E_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})\,. \tag{2}$$

Die Linearisierungsbedingung kann dann wie folgt formuliert werden:

$$\epsilon = max(|E_{ij}|) \ll 1\,. \tag{3}$$

Der Spannungszustand wird durch den Spannungstensor σ_{ij} beschrieben. Die Beziehung zwischen den Verzerrungen und Spannungen hängt von den Materialeigenschaften ab. Die nichtlineare Beziehung zwischen den Spannungen und den Verzerrungen $\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij})$ ist als *physikalische Nichtlinearität* bekannt. In der linearen Approximation werden sowohl geometrische als auch physikalische Nichtlinearitäten vernachlässigt. Dieser Ansatz führt auf die Lamé-Navier PDG [1, 3]. Da die Kräfte in der Regel unbekannt sind, ist das Randwertproblem (RWP) ausschließlich durch die Randverschiebungen definiert:

$$\begin{cases} \frac{E}{1+\nu}\,(\varepsilon_{ij,j} + \frac{1}{1-2\nu}\,\varepsilon_{ll,i}) = 0 \\ u_i(\mathbf{x}) = \bar{u}_i,\, \mathbf{x} \in \Gamma_{essential} \subset \Omega \\ t_i(\mathbf{x}) = 0,\, \mathbf{x} \in \Gamma_{natural} \subset \Omega \end{cases} \tag{4}$$

wobei E der YOUNG'sche Modul, ν die POISSON-Zahl und $t_i = \sigma_{ij} n_j$ der sog. CAUCHY'sche Spannungsvektor sind. Typische Werte für das wasserreiche Weichgewebe sind $E \in [2000, 8000]$Pa und $\nu \in [0.3, 0.49]$ [4] .

3 Material und Methoden

Der erste Schritt in Richtung einer nummerischen Simulation ist die Erstellung eines adäquaten Modells der Patientenanatomie. Dieses Modell wird aus CT-Daten mit Hilfe des am ZIB entwickelten Visualisierungssystems AMIRA generiert und besteht aus dem Oberflächengitter, das die für die Simulation wesentlichen Gewebetypen (wie Knochen, Muskel, Haut) abgrenzt und mit einem unstrukturierten Tetraedergitter gefüllt wird [6]. Die Erstellung eines Patientenmodells ist wegen der semi-automatischen Segmentierung immer noch der aufwändigste Teil des Planungsvorgangs. Die Operationsplanung beinhaltet die Simulation einer Knochenspaltung (Osteotomie) und der anschließenden Umstellung der separierten Knochenteile [5]. Die Knochenumstellung liefert dann die Randverschiebungen für die anschließende nummerische Simulation. Diese basiert auf der linear elastischen Approximation der Weichgewebebiomechanik beschrieben durch (4). Die Lösung des RWP auf dem Tetraedergitter wird mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) berechnet [2]. Mit Hilfe der FEM wird die ursprüngliche lineare PDG in ein schwach besetztes Gleichungssystem $\mathbf{A}\,\mathbf{u} = \mathbf{b}$ bzgl. der Knotenvariablen $\mathbf{u}$ überführt, zu dessen Lösung ein effizientes Konjugierte Gradienten (CG) Verfahren angewendet wird.

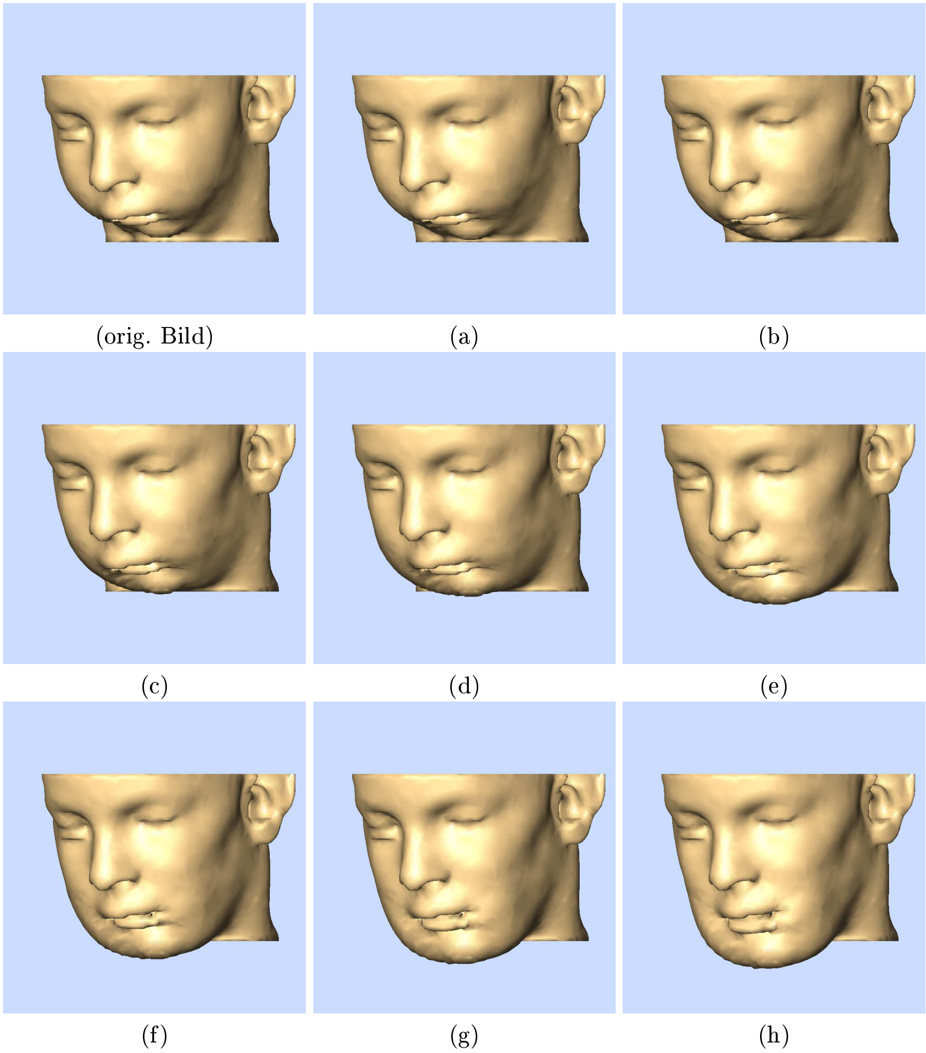
4 Experimentelle Ergebnisse

Ausgehend von dem oben beschriebenen Ansatz wurde die Operationsplanung für einen jugendlichen Patienten mit einer angeborenen Unterkieferfehlbildung inkl. der Weichgewebevorhersage komplett am Rechner simuliert, siehe Bild 1. Im Vergleich zu [5] konnte die Berechnung der Deformation bzgl. der Effizienz deutlich beschleunigt werden und dauerte für ein Tetraedergitter mit 50000 Knotenpunkten (250000 Tetraeder) ca. 2 Minuten bei der Residuumnorm des CG-Verfahrens von 10^{-10} und weniger als 1 Minute beim Residuum von 10^{-2}. Die Berechnungen wurden sowohl auf einer SGI Onyx II mit 195MHz als auch auf einem 500MHz PC Pentium III mit vergleichbarer Performanz durchgeführt.

Tabelle1. Validierung der Linearisierungsbedingung $\epsilon \ll 1$, siehe Bilder 1(a-h)

ϵ_i	Tetraeder mit $\epsilon > \epsilon_i$, %							
	a	b	c	d	e	f	g	h
0.01	42.8	48.0	50.1	51.9	53.7	53.8	53.9	54.3
0.05	17.1	29.3	35.6	39.2	42.0	42.3	42.8	43.4
0.1	7.9	16.8	24.5	29.6	33.9	34.9	35.9	36.8
0.5	0.6	1.7	3.3	5.1	7.7	8.9	10.7	12.6
1.0	0.2	0.5	0.9	1.4	2.3	2.8	3.4	3.9

In der Bildreihe 1(a-h) sind die Ergebnisse der Weichgewebevorhersage bei den schrittweise in ihrer Intensität zunehmenden Randverschiebungen dargestellt. Die maximale Verschiebung erreichte in dem Beispiel 1(h) 3.8cm, was in Relation zum Gesamtvolumen *nicht* als 'kleine Deformation' eingestuft werden kann. Um die Linearisierungsbedingung (3) zu überprüfen und den Fehler zu quantifizieren, wurde die maximale Komponente des Verzerrungstensors ϵ berechnet. Die Korrektur der nichtlinearen Theorie ist von der Ordnung ϵ^2. Das bedeutet, dass ϵ den relativen Linearisierungsfehler angibt. Der Prozentsatz der Tetraeder mit $\epsilon > \epsilon_i$, wobei ϵ_i ein bestimmter Schwellenwert für die Genauigkeit der Linearisierungsbedingung ist, ist in Tabelle 1 zusammengefasst. Bei der Deformation mit der maximalen Verschiebung von 3.8cm hat die Hälfte aller Tetraeder einen Linearisierungsfehler von über fünf Prozent. Deformationen dieser Größenordnung sind allerdings in der klinischen Praxis keine Seltenheit. Die Auswertung der räumlichen Verteilung des Linearisierungsfehlers hat jedoch ergeben, dass



(orig. Bild) (a) (b)

(c) (d) (e)

(f) (g) (h)

Abbildung1. Ergebnisse der Weichgewebevorhersage bei der Simulation der Unterkieferdistraktion mit maximalen Randverschiebungen von: (a) 0.6cm, (b) 1.2cm, (c) 1.6cm, (d) 2.0cm, (e) 2.6cm, (f) 2.8cm, (g) 3.3cm, (h) 3.8cm

sich der Fehler hauptsächlich im Kopfinneren, in der Nähe der stark verschobenen Knochenteile konzentriert. Auf der für die Bewertung des postoperativen Erscheinungsbildes des Patienten einzig relevanten Gesichtsoberfläche kann man dagegen kaum Artefakte erkennen. Dies ist auf den r^{-1} Abfall des Verschiebungsfeldes mit zunehmender Entfernung von der Quelle in 3D zurückzuführen.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde der Gültigkeitsrahmen eines FE basierten, linear elastischen Modells für die Weichgewebesimulation in der Mund-Kiefer Gesichtschirurgie untersucht. Mit unserem Prototyp eines Planungssystems haben wir die Osteotomieplanung inklusive der Weichgewebevorhersage komplett am Rechner durchgeführt. Die experimentellen Ergebnisse zeigen, dass mit Hilfe der linear elastischen FEM eine sehr effiziente und robuste Weichgewebevorhersage möglich ist. Bei den 'ad-hoc'-Berechnungen der großen Deformationen mit dem linearen Modell ist aber mit einem erheblichen Fehler zu rechnen. Die Erkennung und die Quantifizierung des Linearisierungsfehlers kann helfen, die optimale Schrittweite für die iterative Berechnung der großen Deformationen mit vorgegebener Genauigkeit zu bestimmen.

In unserer zukünftigen Arbeit sollen effiziente iterative Techniken zur Berechnung der großen Deformationen eingesetzt, die Vergleichsuntersuchungen mit den postoperativen Daten zur Ermittlung der gewebespezifischen Elastizitätskonstanten durchgeführt und biomechanische Muskelmodelle erstellt werden, mit denen eine Simulation der wesentlichen Gesichtsmimik ermöglicht werden kann.

Danksagung

Wir bedanken uns bei Priv.-Doz. Dr. Dr. Hans-Florian Zeilhofer und Priv.-Doz. Dr. Dr. Robert Sader (Klinik und Poliklinik für Mund-Kiefer-Gesichtschirurgie der Technischen Universität München, Klinikum rechts der Isar) für die freundliche Bereitstellung der CT-Daten und die Hinweise zur Planung.

References

1. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Theory of Elasticity (Course of Theoretical Physics, Vol 7)*, ISBN: 0080339174, 1986
2. P.G. Ciarlet, *The Finite Element Method for Elliptic Problems.* Volume 4 of Studies in Mathematics and its Applications, North-Holland, 1978
3. P.G. Ciarlet, *Mathematical Elasticity.* Vol. 1, Studies in Mathematics and its Applications (20), North-Holland, 1987
4. Y.C. Fung, *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues.* 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1993
5. S. Zachow, E. Gladilin, H.C. Hege, P. Deuflhard, *Finite-Element Simulation of Soft Tissue Deformation.* In: Lemke, H.U. et al (eds.): Computer Assisted Radiology and Surgery (CARS), Elsevier Science B.V., pp. 23-28, 2000
6. D. Stalling, H.C. Hege, M. Zöckler, et. al, *Amira - An Advanced 3D Visualization and Modeling System.* URL: `http://amira.zib.de`